

# Exercice sur le chapitre 12

Durée : 1h

## Aspects énergétiques en ski de vitesse

Personne sur Terre, et sans assistance motorisée, ne va plus vite que l'Italien Simone Origone, leader d'une discipline à part du ski alpin, plus spectaculaire que dangereuse.

Impossible 252,632 km/h ? Et pourtant. C'est bien la vitesse atteinte vendredi 3 avril 2015 par Simone Origone qui, pour y parvenir, s'est servi d'un instrument complexe : une paire de skis. Et d'un moteur surpuissant : la gravité.

En se laissant tomber du haut de la piste de Chabrières, gigantesque toboggan enneigé qui servait cette semaine de scène au Speed Masters dans la station de Vars (Hautes-Alpes), l'Italien de 35 ans a battu son propre record du monde de vitesse à ski (252,454 km/h).

*Le Monde | 03.04.2015*



*TamTam Photo*

### Données :

- caractéristiques techniques de la piste de Chabrières considérée comme rectiligne :
  - altitude de départ (D) :  $z_D = 2720$  m ;
  - altitude d'arrivée (A) :  $z_A = 2285$  m ;
  - pente moyenne  $\alpha = 24^\circ$  ;
  - longueur de la piste :  $L = 1070$  m.
- caractéristiques du skieur Simone Origone :
  - masse : 87 kg ;
  - équipement : 15 kg.
- intensité de la pesanteur  $g = 9,81$  m.s<sup>-2</sup>.

### Partie 1 : étude énergétique du mouvement du skieur dans l'hypothèse de frottement négligeable

Le système étudié est le « skieur » constitué de l'athlète avec son équipement de masse totale  $m$  et de centre de masse G en mouvement sur la piste de ski d'un point D d'altitude  $z_D$  à un point A d'altitude  $z_A$ .

Le départ s'effectue sans vitesse initiale. Le référentiel d'étude est supposé galiléen. Dans cette partie les frottements subis par le système sont négligés devant les autres actions mises en jeu.

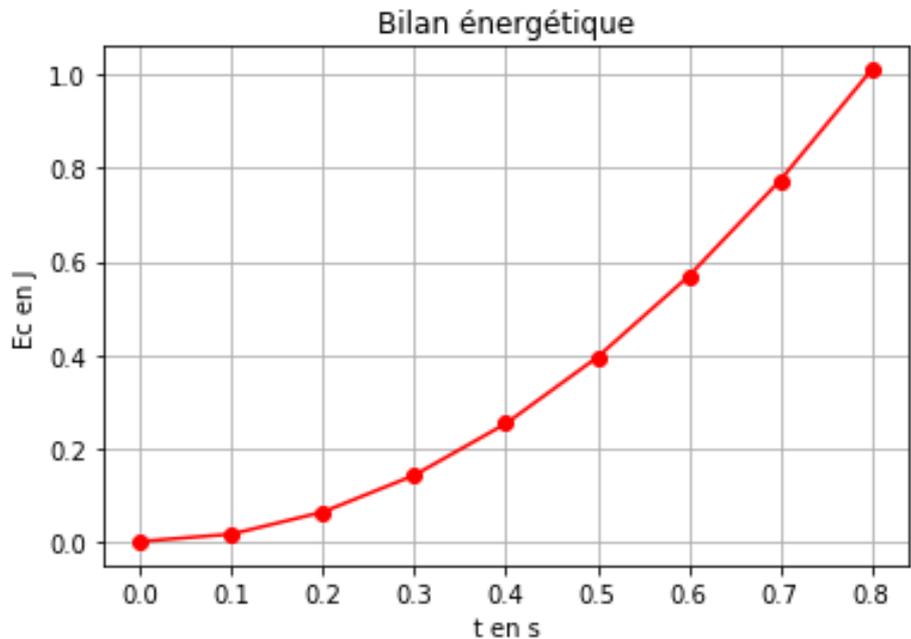
- 1) Effectuer le bilan des actions, modélisées par des forces, agissant sur le système. Préciser le sens et la direction de chaque force.
- 2) Calculer le travail  $W_{DA}$  de chaque force entre le point de départ D et le point d'arrivée A.
- 3) En utilisant le théorème de l'énergie cinétique ou celui de l'énergie mécanique, déduire la valeur de la vitesse à l'arrivée, notée  $v_A$ , en m.s<sup>-1</sup> puis en km.h<sup>-1</sup>.
- 4) Cette valeur est-elle en accord avec celle de la vitesse atteinte le vendredi 3 avril 2015 par Simone Origone ? Quel aspect de la modélisation effectuée doit être remis en cause ?

### Partie 2 : mouvement d'un mobile autoporteur

On se propose de mesurer l'intensité des actions de frottements qui agissent sur un mobile en mouvement. Ces actions seront modélisées par une force constante  $\vec{f}$ , d'intensité  $f$ , et de sens opposé au vecteur vitesse.

Ce mobile, de centre de masse G, de masse  $m = 220$  g, est abandonné sans vitesse sur un plan incliné d'un angle  $\alpha_0$  par rapport à l'horizontale. Au cours de son mouvement, le mobile suit la ligne de plus grande pente de direction Ax, la position de G est repérée en fonction du temps par sa coordonnée  $x$  dans le repère  $(A, \vec{i})$ . On peut se référer à **l'annexe 1 à rendre avec la copie**. Une vidéo du mouvement est réalisée. Un logiciel de pointage permet de relever les valeurs de la position  $x$  et de l'altitude  $z$  sur l'axe vertical Oz du centre d'inertie G à des intervalles de temps réguliers et de déterminer à chaque pointage la valeur de la vitesse du mobile le long de l'axe Ax. On peut se référer à **l'annexe 1 à rendre avec la copie**.

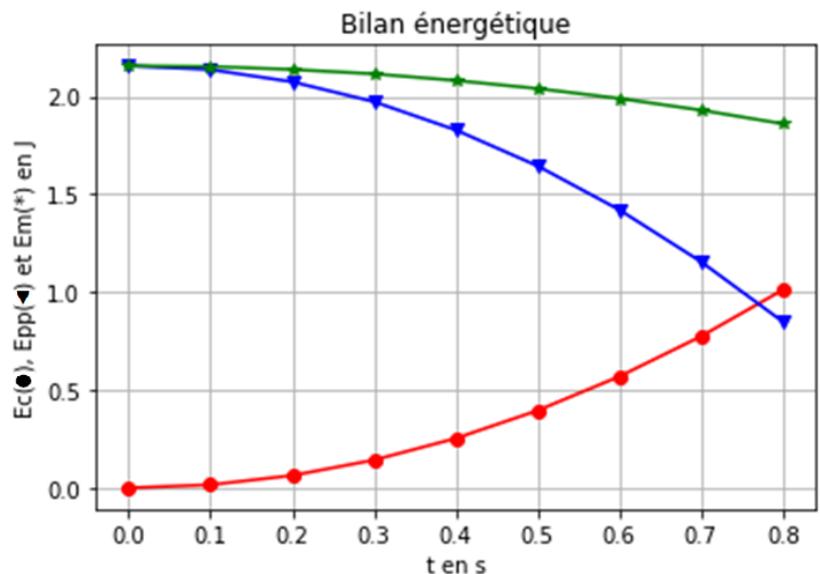
Un programme python (**annexe 2 à joindre avec la copie**) permet de représenter l'évolution de l'énergie cinétique  $E_c$  du système au cours du temps. On obtient la courbe ci-dessous.



- 5) Modifier le script du programme de **l'annexe 2 à rendre avec la copie** en ajoutant une ligne de code (ligne 16) qui permettra de déterminer la valeur de l'énergie potentielle  $E_{pp}$  du système. Quelle donnée faut-il ajouter au script en ligne 5 (à l'instar des lignes 3 et 4) ? Compléter alors la ligne 5.

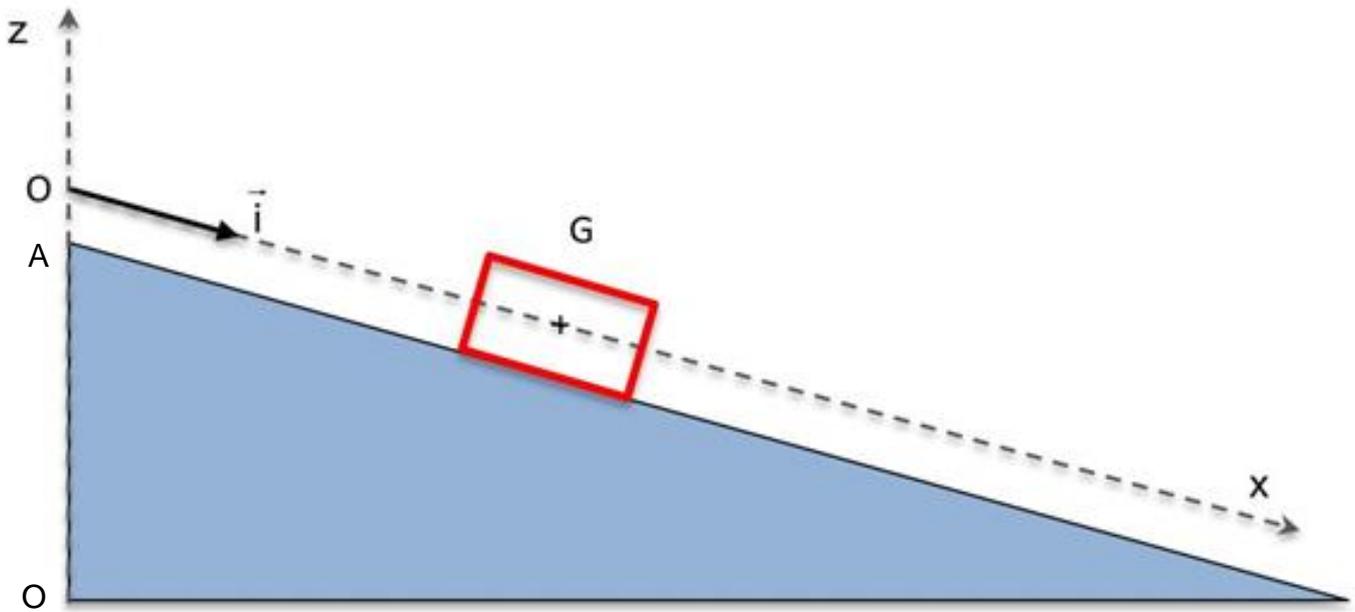
Le script est ensuite encore modifié pour faire apparaître l'énergie cinétique, l'énergie potentielle et l'énergie mécanique. On obtient les courbes ci-dessous. L'énergie potentielle de pesanteur est choisie nulle en O.

Énergie cinétique  $E_c(\bullet)$   
 Énergie potentielle  $E_{pp}(\blacktriangledown)$   
 Énergie mécanique  $E_m(^*)$



- 6) Comment expliquer l'évolution de l'énergie mécanique au cours du temps ?
- 7) Compléter le schéma de **l'annexe 1 à rendre avec la copie** en représentant les forces modélisant les actions sur le système (sans souci d'échelle).
- 8) En tenant compte des valeurs relevées dans le tableau de **l'annexe 1 à rendre avec la copie**, calculer les valeurs de l'énergie mécanique  $E_{m0}$  et  $E_{m8}$  respectivement aux instants  $t_0 = 0,000$  s et  $t_8 = 0,800$  s.
- 9) Montrer que, dans le cadre de ce modèle, on a :  $f = \frac{E_{m0} - E_{m8}}{x_8 - x_0}$  où  $x_8 = x(t = 0,800$  s) et  $x_0 = x(t = 0,000$  s), puis calculer  $f$ .

Annexe 1 à rendre avec la copie



Numéro	t(s)	x(m)	v(m.s <sup>-1</sup> )	z(m)
0	0.000	0.000	0.000	1.000
1	0.100	0.019	0.3789	0.991
2	0.200	0.076	0.7578	0.962
3	0.300	0.171	1.1367	0.915
4	0.400	0.303	1.5156	0.848
5	0.500	0.474	1.8945	0.763
6	0.600	0.682	2.2734	0.659
7	0.700	0.928	2.6523	0.536
8	0.800	1.212	3.0312	0.394

## Annexe 2 à rendre avec la copie

```
1 import matplotlib.pyplot as plt
2
3 m = 0.220    # valeur de m en kg
4 alpha = 0.2618    # valeur de alpha en radian
5
6
7 # liste des dates relevées, des positions, des vitesses et des altitudes
8 tps = [0.000, 0.100, 0.200, 0.300, 0.400, 0.500, 0.600, 0.700, 0.800]
9 pos = [0.000, 0.019, 0.076, 0.171, 0.303, 0.474, 0.682, 0.928, 1.212]
10 vit = [0.000, 0.3789, 0.7578, 1.1367, 1.5156, 1.8945, 2.2734, 2.6523, 3.0312]
11 alt = [1.000, 0.991, 0.962, 0.915, 0.848, 0.763, 0.659, 0.536, 0.394]
12
13 Ec, Epp = [], []
14 for i in range (0,len(tps)) :
15     Ec.append(1/2*m*vit[i]**2)
16
17
18 plt.grid(True)
19 plt.plot(tps, Ec, "red")
20
21
22
23 plt.xlabel("t en s")
24 plt.ylabel("Ec en J")
25
26 plt.title("Bilan énergétique")
27
28 plt.show()
```

# Correction

## Aspects énergétiques en ski de vitesse

1) En absence de frottements, le système « skieur » ne subit que son poids (vertical vers le bas) et l'action du support (perpendiculaire au support du support vers l'air).

2) Pour le poids, on sait que  $W_{DA}(\vec{P}) = m \cdot g \cdot (z_D - z_A)$  avec  $m = 87+15 = 102 \text{ kg}$   
 $W_{DA}(\vec{P}) = 4,35 \cdot 10^5 \text{ J}$

Pour l'action du support, comme elle est constante et perpendiculaire au vecteur déplacement, on a :  $W_{DA}(\vec{N}) = \vec{N} \cdot \vec{DA} = 0 \text{ J}$

3) Dans le référentiel « sol », pour le système « skieur », d'après le théorème de l'énergie cinétique, on a :  $\Delta Ec(D \rightarrow A) = \sum W_{DA}(\vec{F}_{ext}) = W_{DA}(\vec{P}) + W_{DA}(\vec{N}) = W_{DA}(\vec{P})$

$$Ec(A) - Ec(D) = Ec(A) = W_{DA}(\vec{P})$$

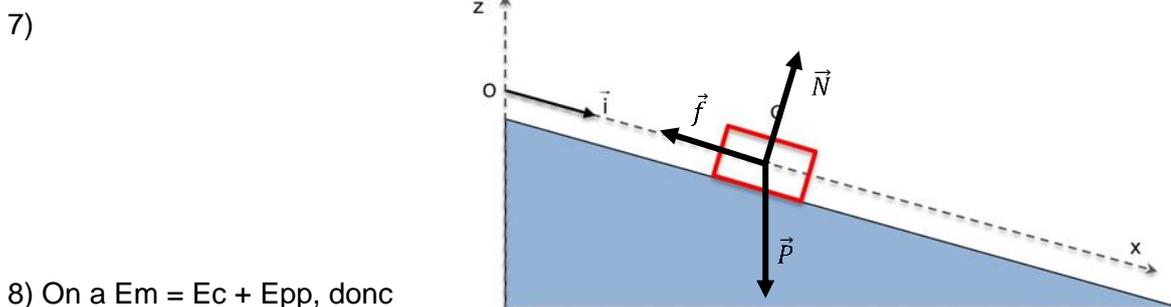
$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_A^2 = W_{DA}(\vec{P})$$

$$v_A = \sqrt{2 \cdot W_{DA}(\vec{P}) / m} = 92,4 \text{ m/s} = 333 \text{ km/h}$$

4) Cette valeur est nettement supérieure au record réel. En effet, dans le modèle adopté, il n'a pas été tenu compte des frottements qui sont loin d'être négligeables. C'est la cause de l'écart entre les résultats.

5) En ligne 16, décalé, on doit taper : `Epp.append(m*g*alt[i])`  
 Ainsi, il faut définir l'intensité de pesanteur g en ligne 5 avec `g = 9.81`

6) L'énergie mécanique décroît au cours du temps. Il y a donc au moins une force non conservative qui travaille négativement : ce sont les frottements de l'air et du support.



8) On a  $Em = Ec + Epp$ , donc

$$Em_0 = Ec_0 + Epp_0 = Epp_0 = 2,2 \text{ J par lecture graphique ou } 2,16 \text{ J par calcul}$$

$$Em_8 = Ec_8 + Epp_8 = 1,0 + 0,8 = 1,8 \text{ J ou } 1,86 \text{ J}$$

9) Dans le référentiel « sol », pour le système « mobile », d'après le théorème de l'énergie mécanique, on a :

$$\Delta Em(0 \rightarrow 8) = \sum W_{0 \rightarrow 8}(\vec{F}_{nc}) = W_{0 \rightarrow 8}(\vec{f}) = \vec{f} \cdot \vec{O8} = -f \cdot (x_8 - x_0)$$

$$Em_8 - Em_0 = -f \cdot (x_8 - x_0)$$

Soit  $f = \frac{Em_8 - Em_0}{x_8 - x_0}$  avec  $x_8 = 1,212 \text{ m}$  et  $x_0 = 0$

$$f = 0,3 \text{ N ou } 0,25 \text{ N}$$